

На правах рукописи

ПАНКРАТОВА ЛАРИСА ВАЛЕРЬЕВНА

**ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ
В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ СРЕДСТВАМИ НЕРАВЕНСТВ**

Специальность: 13. 00. 02 – теория и методика обучения и воспитания
(математика) (педагогические науки)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

**Киров
2014**

Работа выполнена
на кафедре математического анализа и методики обучения математике
ФГБОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет»

- Научный руководитель:** **Калинин Сергей Иванович**, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры фундаментальной и компьютерной математики ФГБОУ ВПО «Вятский государственный гуманитарный университет»
- Официальные оппоненты:** **Мерлина Надежда Ивановна**, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры дискретной математики и информатики ФГБОУ ВПО «Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова»
Клековкин Геннадий Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и информатики Самарского филиала ГБОУ ВПО г. Москвы «Московский городской педагогический университет»
- Ведущая организация:** ФГБОУ ВПО «Пензенский государственный университет»

Защита состоится 25 марта 2015 года в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.307.03 по защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук при ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского» по адресу: 150000, г. Ярославль, ул. Республиканская, д. 108, ауд. 210.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского», адрес сайта <http://yspu.org>

Автореферат разослан «___»_____ 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Т. Л. Трошина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. На современном этапе общественного развития, характеризующемся бурным прогрессом науки, техники и информационной среды, человек пребывает в условиях постоянной конкуренции. Его успешность при этом определяется рядом профессиональных и личностных качеств, наиболее важные из которых – наличие высокой квалификации, способность к творчеству, готовность к восприятию и анализу информации, а также организационные умения и навыки. Данные причины требуют усилий, направленных на повышение эффективности общего образования и, в частности, на приобщение школьников к самостоятельному поиску необходимых им знаний, освоение различных способов учебной деятельности, развитие внутренней мотивации учения.

Усиление преподавания математики в отечественных школах и вузах декларировано президентом России В. В. Путиным в Указе «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», вступившем в силу 9 мая 2012 г., как ключевое направление реформирования образования. Упомянутый Указ в совокупности с Концепцией долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации до 2020 года, национальной образовательной инициативой «Наша новая школа», Федеральной целевой программой развития образования на 2011 – 2015 гг., ФГОС для средней и высшей ступеней образования выражает позицию руководства страны в отношении разрабатываемых реформ. Задача подготовки выпускников, готовых к постоянному пополнению имеющихся у них знаний и умений, диктует поиск новых подходов к проектированию курса математики в средней школе, нацеленного на интеграцию фундаментальной и практико-ориентированной составляющих, развитие эвристического мышления школьников, приобщение их к ведению *поисково-исследовательской деятельности*.

Несмотря на обозначенную тенденцию, в реальной практике общеобразовательной школы «...происходит отход от гуманно-личностной парадигмы и возврат к уже пройденному этапу господства ЗУН-концепции»¹. Педагоги объясняют это трудностями переключения с содержательно-нацеленного образования на результат обучения, несогласованностью в преподавании дисциплин учебного плана, неподготовленностью к руководству исследовательской деятельностью школьников. Описанные проблемы нашли подтверждение в ходе педагогического эксперимента. Анкетирование педагогов школ г. Кирова и Кировской области диагностировало у них непонимание актуальности методов исследовательского обучения математике, привлечение к исследовательской деятельности лишь отдельных учащихся, ограниченное использование коллективных исследований.

Организационно-содержательные аспекты поисково-творческой и исследовательской деятельности школьников в последнее время активно изучаются авторами кандидатских диссертаций. В их числе работы М. И. Глуховой (2007), Е. В. Дозморовой (2008), Т. В. Рихтер (2008), В. И. Тараник (2010) и др., рассматривающих развитие творческих способностей, творческого мышления и творческой са-

¹ Загвязинский В. И. О стратегических ориентирах реформирования образования // Научные основы развития образования в XXI веке: 105 выступлений членов Российской академии образования в СПбГУП / сост., ред. А. С. Запесоцкий, О. Е. Лебедев. – СПб.: СПбГУП, 2011. – С. 259–260.

мостоятельности учащихся; С. Р. Сефибекова (2004), С. Н. Скарбич (2006), А. М. Скрипки (2008), А. А. Ушакова (2008), Л. В. Форкуновой (2010) и др., освещающих формирование различных элементов исследовательской деятельности школьников. К названной проблематике восходят докторские диссертации А. В. Ястребова (1997), В. В. Дрозиной (2000), П. В. Середенко (2008), С. В. Митрохиной (2009). Большинство авторов в качестве средства приобщения школьников к исследовательской деятельности рассматривают геометрический материал, прикладные или нестандартные математические задачи. Кроме того, ими обосновываются возможности профильного обучения в развитии исследовательской компетенции учащихся, а также необходимость исследовательского подхода в обучении студентов. Но ни одна из обозначенных научных работ не выделяет математические неравенства как средство формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ.

Неравенства входят в одну из основных содержательно-методических линий школьного курса математики – линию уравнений и неравенств. В отличие от стохастической линии, «укрепившейся» в средней школе в период образовательных стандартов первого поколения, уравнения и неравенства неизменно составляют ядро школьных курсов алгебры, алгебры и начал анализа наряду с числовой, функциональными линиями и преобразованиями выражений. Иными словами, не раз предпринимаемый в ходе государственных реформ пересмотр содержания математического образования не приводил к исключению из него тематики неравенств. В сравнении с числовой линией и линией тождественных преобразований неравенства обладают большими возможностями приобщения школьников к исследовательской деятельности. Они обнаруживают многочисленные связи с другими дисциплинами, что дает возможность овладеть широким спектром методов решения задач и приемами моделирования, освоить ряд прикладных вопросов. Таким образом, математические неравенства предоставляют инструментарий, позволяющий адекватно разрешать вышеобозначенные проблемы образования.

Наблюдения за учащимися средних школ в ходе констатирующего эксперимента выявили ряд проблем, сопровождающих изучение неравенств в курсе математики. Нацеленность на успешное прохождение итоговой аттестации практически исключило из школьной программы по математике тригонометрические неравенства, а также логарифмические, показательные и иррациональные неравенства повышенной сложности. Учащиеся слабо владеют приемами решения неравенств, восходящими к использованию свойств функций, применению классических соотношений, графических интерпретаций и пр., у подавляющего большинства школьников вызывает трудности доказательство неравенств. Однако результаты опроса учителей общеобразовательных школ обнаружили интерес к освоению потенциальных возможностей неравенств в обучении математике.

На сегодняшний день имеется ряд фундаментальных трудов по теории неравенств (монографии Э. Беккенбаха, Р. Беллмана; Д. Е. Литтльвуда, Г. Поля, Г. Г. Харди). В современной научной и научно-методической литературе систематически публикуются оригинальные исследования, сопряженные с неравенствами (А. Н. Вороной, С. И. Калинин, Л. Д. Курляндчик, А. В. Ястребов, Н. Alzer, M. Bencze, D. I. Cartwright, M. J. Field, M. T. McGregor, P. Mercer, W. L. Wang, P. F. Wang, F. Wei, S. Wu и др.). Чрезвычайно важной данную тематику считают многие отечественные математики и педагоги, связанные со школьным образованием (М. И. Башмаков, А. Д. Блинков, А. Н. Вороной, С. А. Гомонов, В. А. Далингер,

С. И. Калинин, Л. Д. Курляндчик, П. В. Семенов, В. К. Смышляев, Л. И. Токарева и др.). Использование неравенств в обучении математике разносторонне исследовано в диссертациях (Д. Д. Рыбдылова (1998), С. В. Арюткина (2002), Г. А. Киричек (2002), Н. В. Толпекина (2002), О. В. Янушик (2002), З. В. Шилова (2003), В. Л. Крюкова (2005), В. В. Мирошин (2008), С. И. Калинин (2010), В. Н. Моисеева (2010), Л. К. Садыкова (2010), Л. И. Токарева (1984, 2010) и др.), раскрывающих многочисленные аспекты изучения неравенств в школе и вузе: взаимосвязь понятий неравенства, уравнения и функции; логические и обобщенные приемы решения уравнений и неравенств; интеграцию курсов алгебры и геометрии посредством неравенств; прикладные вопросы теории неравенств; реализация индивидуального подхода к учащимся при изучении неравенств; их использование в преподавании дифференциального и интегрального исчисления функций и т. д. Однако ни в одной из диссертаций не разработана методика использования математических неравенств в формировании исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ, исходящая из современных требований к математическому образованию.

Важность выявления аспектов, составляющих целостную концепцию совершенствования изучения математических неравенств в средней школе, обусловлена наличием **противоречий** между:

- необходимостью приобщения современных школьников к ведению исследовательской деятельности и недостаточным качеством его реализации в существующей системе обучения математике в средней школе;

- дидактическим потенциалом тематики неравенств в школьном курсе математики и слабым отражением ее в научно-методической литературе и педагогической практике средней школы;

- активным развитием научных исследований, восходящих к неравенствам, в современной математике и сохранением (а чаще усечением) традиционного содержания данного раздела в школьном курсе математики;

- необходимостью качества педагогического сопровождения исследовательской деятельности учащихся при изучении математических неравенств и недостаточностью эффективных методических разработок его реализации в обучении школьников.

В связи с выявленными противоречиями возникла **проблема исследования**: какова методика изучения неравенств в курсе математики общеобразовательной школы, способствующая формированию исследовательских умений учащихся? Необходимость разрешения проблемы обусловила выбор темы исследования: «Формирование исследовательских умений в обучении математике учащихся общеобразовательных школ средствами неравенств».

Объект исследования – процесс обучения математике в средней школе.

Предмет исследования – использование математических неравенств для формирования и развития исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ.

Цель исследования – разработать методику изучения математических неравенств, способствующую формированию исследовательских умений школьников.

Гипотеза исследования. Формирование исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ средствами неравенств в обучении математике можно осуществлять эффективно и успешно, если:

- 1) выявить научно-образовательный и гуманитарный потенциал тематики неравенств, их сензитивность и дидактическую ценность;

2) определить условия и механизмы формирования исследовательских умений в обучении математике учащихся общеобразовательных школ;

3) в основу проектирования методики изучения неравенств школьниками положить обращение к результатам современных математических исследований и их адаптации к использованию вариативности форм, методов и приемов обучения математике;

4) сформулировать содержательные и организационные рекомендации для учителей математики по осуществлению руководства исследовательской деятельностью школьников в области неравенств.

Для достижения сформулированной цели и проверки гипотезы исследования поставлены следующие **задачи**:

1. На основе анализа различных подходов к пониманию исследовательской деятельности выявить особенности ее структуры в школьном математическом образовании; определить характеристики и произвести классификацию исследовательских умений учащихся.

2. Определить педагогические условия и механизмы формирования исследовательских умений школьников средствами неравенств в обучении математике.

3. Разработать методику изучения неравенств учащимися общеобразовательной школы, направленную на формирование их исследовательских умений; провести опытно-экспериментальную работу по проверке ее эффективности.

4. На основании разработанной методики построить дидактическую модель формирования исследовательских умений учащихся средствами неравенств в обучении математике.

Для решения поставленных задач использовались следующие **методы исследования**:

Теоретические: изучение и анализ учебной, научной, методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, анализ учебно-программной документации для общеобразовательных школ и вузов; сопоставление различных подходов к формированию исследовательских умений учащихся; обобщение опыта преподавания неравенств в общеобразовательной и высшей школе.

Эмпирические: анкетирование старшеклассников, учителей математики и будущих педагогов математического образования; наблюдение за деятельностью школьников в процессе обучения, педагогический эксперимент.

Статистические: математическая обработка и анализ результатов педагогического эксперимента.

Теоретико-методологическую основу исследования составили:

– теория и методология исследовательской деятельности (В. В. Афанасьев, П. Я. Гальперин, В. И. Загвязинский, А. И. Савенков, В. С. Секованов, А. В. Ястребов и др.);

– концепции фундаментализации общего образования (С. И. Калинин, В. М. Монахов, Н. В. Садовников, В. А. Садовничий, А. Д. Суханов, В. А. Тестов и др.), гуманизации и гуманитаризации математического образования (В. И. Глизбург, Г. В. Дорофеев, А. Л. Жохов, Т. А. Иванова, Т. Н. Миракова, А. Х. Назиев, Н. Х. Розов, Г. И. Саранцев и др.); дифференциации и индивидуализации обучения математике (М. И. Башмаков, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, А. Г. Мордкович, И. М. Смирнова, М. В. Ткачева, Р. А. Утеева, В. В. Фирсов и др.);

– основные положения компетентного подхода к обучению (М. А. Данилов, В. И. Загвязинский, О. Е. Лебедев, Т. А. Смолина, А. В. Хуторской,

М. А. Чошанов и др.); теория деятельностного подхода в образовании (А. Н. Леонтьев, А. М. Пышкало, Н. Ф. Талызина и др.); теория фундирования знаний и опыта обучаемых (Р. М. Зайниев, Ю. П. Поваренков, Е. И. Смирнов, В. Д. Шадриков и др.); ключевые положения задачного подхода в обучении математике (В. Г. Болтянский, Н. Я. Виленкин, И. Я. Груденов, В. А. Далингер, Г. В. Дорофеев, Е. С. Канин, Г. А. Клековкин, Ю. М. Колягин, Л. Д. Кудрявцев, А. Г. Мордкович, Ф. Ф. Нагибин, Д. Пойя и др.);

– фундаментальные труды по теории неравенств (Э. Беккенбах, Р. Беллман, Д. Е. Литтльвуд, Г. Полия, Г. Г. Харди) и современные исследования в рамках данной теории (А. Н. Вороной, С. И. Калинин, А. В. Ястребов, Н. Alzer, М. Bencze, D. I. Cartwright, М. J. Field, М. Т. McGregor, Р. Mercer, W. L. Wang, P. F. Wang, F. Wei, S. Wu и др.);

– методические исследования по вопросам тематики неравенств в школьном образовании (М. И. Башмаков, А. Д. Блинков, А. Н. Вороной, С. А. Гомонов, В. А. Далингер, С. И. Калинин, Л. Д. Курляндчик, П. В. Семенов, И. Х. Сивашинский, В. К. Смышляев, Л. И. Токарева и др.).

Экспериментальной базой исследования явились КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова, а также факультет информатики, математики и физики ФГБОУ ВПО Вятского государственного гуманитарного университета (далее – ВятГГУ), на котором ведется подготовка будущих учителей математики.

Исследование проводилось в несколько этапов.

На **первом этапе** (2005 – 2007 гг.) осуществлялось изучение и анализ научной, методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, проводился констатирующий эксперимент. Пересматривались объем и содержание изучения неравенств в курсе математики общеобразовательной школы и обращение к неравенствам в педагогическом вузе. В результате были выявлены возможности использования математических неравенств для формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ. Кроме того, разрабатывались теоретические положения, составляющие базу исследования, на основе которых были сформулированы цель исследования, выделены его объект, предмет, задачи и гипотеза.

На **втором этапе** (2007 – 2009 гг.) в ходе теоретической разработки проблемы исследования осуществлялось проектирование модели формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ посредством математических неравенств, выстраивалась методика проведения занятий с учащимися, будущими учителями математики и действующими педагогами школ, проводился отбор методов, приемов, средств и форм освоения неравенств, обуславливающих формирование исследовательских умений.

На **третьем этапе** (2010 – 2013 гг.) проводился формирующий эксперимент с целью проверки эффективности формирования исследовательских умений учащихся старших классов общеобразовательных школ, осуществлялась статистическая обработка экспериментальных данных, корректировались и уточнялись теоретические выводы исследования, производилось оформление работы.

Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечена опорой на классические труды по теории неравенств и другим разделам математики; непротиворечивостью приводимых аргументов теоретическим и методическим положениям педагогики, психологии и дидактики математики; адекватностью проектируемой методики современным концепциям и подходам в образовании; согласован-

ностью задач исследования и статистической значимостью данных, полученных в ходе опытно-экспериментальной работы.

Личный вклад автора состоит в разработке и научном обосновании методики изучения математических неравенств учащимися общеобразовательных школ, направленной на формирование у них исследовательских умений; в создании целостной конструкции дидактической модели названной методики, в выявлении педагогических условий и механизмов ее реализации и внедрения в обучение старшеклассников КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова.

Научная новизна исследования:

1) разработана модель формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ средствами неравенств в обучении математике, включающая приемы отражения современного научного содержания теории неравенств, условия, средства, механизмы и предполагаемые результаты педагогической поддержки;

2) выявлены и реализованы возможности использования неравенств в опережающем обучении математике учащихся общеобразовательных школ;

3) разработан и внедрен в обучение математике школьников технологический конструкт спирали фундирования неравенства Коши для арифметико-геометрических средних.

Теоретическая значимость исследования:

1) обоснованы возможность и целесообразность использования неравенств в обучении математике для формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ;

2) уточнены характеристики и сущность исследовательских умений школьников; предложена классификация исследовательских умений, основанная на специфических свойствах математики как науки;

3) теория и методика обучения математике обогащена новым видением потенциала математических неравенств как средства интеграции учебной и научно-исследовательской деятельности школьника.

Практическая ценность исследования:

1) реализованы и детализированы приемы формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ в урочной и внеурочной деятельности. Данные приемы включают: самостоятельное изучение школьниками учебной и научной литературы, их обучение основам моделирования, организацию элективных курсов и курсов по выбору для учащихся, привлечение их к работе в рамках научных конференций и массовых мероприятий состязательного характера, использование исторических экскурсов, рассказов о математических открытиях, сочинение сказок, выпуск газет, а также поиск учащимися внутрипредметных и межпредметных связей неравенств.

2) разработаны и внедрены методические рекомендации, касающиеся подготовки бакалавров и магистров педагогических направлений вузов (050100.62 Педагогическое образование, профиль Математика, 050100.68 Педагогическое образование, профиль Математика и др.) к осуществлению руководства исследовательской деятельностью школьников в области математических неравенств;

3) материалы, касающиеся содержания изучения неравенств в курсе школьной математики, могут быть использованы для формирования исследовательских умений учащихся в общеобразовательных учреждениях, работающих по различным программам.

На защиту выносятся следующие **положения:**

1. Исследовательские умения учащихся общеобразовательных школ представляют их личностный опыт, выражающийся в готовности и способности выполнять операции, составляющие исследовательскую деятельность, формируемые посредством специальных упражнений и характеризующиеся наличием цели, способов деятельности и условий ее выполнения, интеллектуальным, сознательным характером, а также синтетичностью, позволяющей применять их в различных ситуациях. Выделение среди исследовательских умений поискового, методологического, организационно-деятельностного и результативного компонентов нацеливает школьников на понимание специфики математики как науки, поскольку оно предполагает организацию деятельности по пополнению системы математических знаний, позволяет объединить интуицию и логику при решении задач, связывает индивидуальный ритм математических открытий с общественным характером их признания, а также формирует взгляд на математику как на фундаментальную науку.

2. Разработанная методика изучения неравенств в школьном курсе математики является эффективным средством формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ. Данная методика исходит из общей цели направленного и разностороннего развития личности учащегося средствами математики и подчинена современной системе дидактических принципов, включающих принципы опережающего социального заказа, фундаментальности обучения, фундирования знаний и опыта обучаемых, а также принципы возрастной, уровневой и профильной дифференциации и моделирования исследовательской деятельности. Содержание тематики неравенств, включающее результаты современных научных исследований, нацелено на понимание учащимися ключевых методов научного познания и использование логических законов и правил вывода на доступном предметном материале. Целостность методики обеспечивается развертыванием фундирующих механизмов варьирования методов, форм и средств работы со школьниками, а интеграция урочной и внеурочной, индивидуальной и групповой активности учащихся сближает процесс исследования с процессом научной деятельности.

3. Дидактическая модель формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ при изучении математики средствами неравенств представляет систему механизмов и этапов педагогической поддержки, способов диагностирования, контроля и управления деятельностью школьников, а также ее перспективные результаты. Условиями реализации модели являются: создание интеллектуально-творческой среды при наличии информационно-коммуникационных средств обучения, высокий уровень познавательной мотивации школьников, а также сотрудничество учащихся и педагога. Актуальность модели формирования исследовательских умений учащихся средствами неравенств в обучении математике проявляется в возможности использования ее компонентов для реализации исследовательского подхода к обучению будущих учителей математики. Последнее характеризует комплексность предпринятого исследования.

Апробация и внедрение результатов исследования осуществлялись в процессе занятий со старшеклассниками КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова химико-биологического и социально-экономического направлений обучения, в ходе лекционных и практических занятий по дисциплинам «Математический анализ», «Математическая экономика» и спецкурсу «Избранные вопросы математического

анализа» для студентов ВятГГУ. Кроме того, проводилась регулярная методическая работа с педагогами общеобразовательных школ г. Кирова и Кировской области в рамках курсов повышения квалификации, конвентов, дней открытых дверей.

Основные положения диссертации представлялись в виде докладов на Всероссийских, Международных и межрегиональных конференциях и семинарах (Киров, 1998, 2001, 2004, 2010, 2012; Пермь, 2008; Красноярск, 2010 (диплом Оргкомитета «За высокий научный уровень доклада»); Тобольск, 2010; Арзамас, 2011; Нижний Новгород, 2013; Соликамск, 2013, Москва, 2013 (выводы внедрены в деятельность Научно-внедренческого центра Международного исследовательского института под руководством проф. М. Ю. Кантора)). Результаты исследования обсуждались на научно-методическом семинаре кафедры математического анализа и методики обучения математике ВятГГУ, а также на студенческом научном семинаре факультета информатики, математики и физики ВятГГУ под руководством доктора педагогических наук, профессора С. И. Калинина. Научная деятельность автора отмечена Управлением по делам молодежи Кировской области победой в конкурсе «Признание» для молодых ученых и специалистов в 2011 г.

Структура диссертации. Диссертация состоит из Введения, Глав I – III, Заключения, Библиографического списка из 280 наименований и Приложений. Общий объем диссертации 219 страниц, из них 191 страница основного текста.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность темы исследования, определена его цель, выдвинута гипотеза, сформулированы объект, предмет и задачи исследования, раскрыты его научная новизна, теоретическая и практическая значимость, перечислены положения, выносимые на защиту, охарактеризованы этапы и методы исследования, приведены данные апробации и внедрения полученных результатов.

Глава I «Теоретические основы изучения неравенств в курсе математики общеобразовательной школы» состоит из четырех разделов.

В разделе 1 **«Цели изучения неравенств в средней школе»** проведено исследование и сравнение различных взглядов на понимание ключевых целей изучения математики в общеобразовательной школе, сделан вывод о том, что прогрессивная позиция модернизации средней школы заключается в соответствии результата обучения *цели опережающего развития*. В связи с этим основная цель математического образования есть *направленное и разностороннее развитие личности обучаемого средствами математики*, реализуемое в направлениях:

- культурного развития, подразумевающего восприятие математики как феномена мировой культуры;
- интеллектуального развития, состоящего в развитии механизмов мышления, усвоении математического аппарата, математического языка, необходимых как при изучении смежных дисциплин, так и для продолжения образования;
- творческого развития, выражающегося в способствовании математического потенциала развитию воображения и интуиции обучаемых, стимулировании их инициативы, формировании умений обнаруживать противоречия в рассуждениях;
- эстетического развития, сопряженного с пониманием гармонии математических теорий, фактов и методов;
- духовно-нравственного развития, состоящего в формировании посредством математики важных нравственных качеств, таких как честность, справедливость, толерантность и пр.

Исходя из основной цели обучения математике в средней школе, сформулированы следующие *цели изучения неравенств*:

1. Ознакомление учащихся с интегративной основой математических знаний через освоение ключевых понятий и методов теории неравенств.
2. Формирование общенаучных методов познания учащихся, развитие их вычислительных умений и логического мышления.
3. Реализация межпредметных связей математики.
4. Закрепление, углубление и систематизация изучаемого материала.
5. Приобщение школьников к ведению учебной и научной исследовательской деятельности.

Проведено согласование данных целей с обозначенными ранее направлениями развития учащихся.

В разделе 2 «**Дидактические принципы изучения неравенств в свете современных реформ математического образования**» охарактеризованы основные явления, сопровождающие процесс модернизации российской системы образования. Обращение к работам В. В. Афанасьева, С. И. Калинина, В. А. Садовниченко, Г. И. Саранцева, Е. И. Смирнова, А. Д. Суханова, В. А. Тестова и др. позволило сделать вывод, что большинство из них фактором, непосредственно влияющим на систему обучения, считает фундаментализацию образования. Для средней школы данный феномен следует понимать как *диалектическое единство естественнонаучных и гуманитарных знаний, создающее для учащегося универсальную базу, позволяющую в течение последующей жизни решать вопросы собственного обучения или переобучения, а также осознавать явления, происходящие в окружающем мире*. Сопоставление концепций фундаментализации, гуманизации и гуманитаризации образования и их рассмотрение с позиций исследовательского, компетентностного и системно-деятельностного подходов дает возможность успешно решать задачи образования, связанные с переходом к профильному обучению на старшей ступени средней школы.

Выделены и охарактеризованы принципы изучения неравенств: *принцип опережающего социального заказа, принцип фундаментальности обучения, принцип фундирования знаний и опыта обучаемых, принципы возрастной, уровневой и профильной дифференциации, принцип моделирования исследовательской деятельности*. Показано, что данные принципы образуют целостную систему, отражающую вышеперечисленные тенденции современного образования (см. Таблицу 1). Обоснована полнота и минимальность полученной системы. В Главе II и Главе III работы продемонстрировано, как на основе перечисленных принципов выстраивается изучение неравенств в общеобразовательной школе.

Раздел 3 «Отражение тематики неравенств в современной учебной, научной, научно-методической литературе и нормативных документах» раскрывает содержание теории неравенств в действующих учебниках математики для общеобразовательных школ, учебных пособиях для внеклассной работы, научных, научно-методических и научно-популярных изданиях. Исходя из анализа упомянутых источников сформулированы следующие выводы:

1. Освоение неравенств и их приложений в курсе математики (далее – алгебры, алгебры и начал анализа) расширяется и углубляется от пятого класса к одиннадцатому, однако авторы учебников зачастую исключают исследовательский аспект изучения неравенств. В большинстве учебников геометрии соответствующая тематика ограничивается несколькими разрозненными фактами. Обозначенная про-

блема лишь частично решена в учебниках нового поколения, разработанных с учетом требований профилизации старшей школы.

2. Разносторонне рассматривается тематика неравенств в научных, научно-методических, научно-популярных изданиях и пособиях для внеурочной работы.

Таблица 1

Взаимосвязь дидактических принципов изучения неравенств и тенденций образовательных реформ

<i>Образовательная концепция / подход</i>	<i>Наиболее близкие дидактические принципы</i>
Фундаментализация образования	Фундаментальности
Гуманизация образования	Возрастной и уровневой дифференциации
Профилизация старшей школы, двухуровневая модель вуза	Профильной дифференциации
Гуманитаризация образования	Фундаментальности, фундирования
Компетентностный подход	Опережающего социального заказа
Системно-деятельностный подход	Фундирования
Формирование основ исследовательской деятельности обучающихся	Моделирования исследовательской деятельности

Представлен генезис тематики неравенств в государственных образовательных стандартах. Выделен обязательный минимум содержания неравенств в курсе математики средней общеобразовательной школы, регламентируемый ГОС среднего (полного) общего образования первого поколения. Охарактеризованы предметные требования ФГОС среднего (полного) общего образования к результатам освоения учебного предмета «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия» в отношении неравенств. По итогам раздела выстроена схема взаимосвязей изученных видов документальных и литературных источников (см. рис. 1).

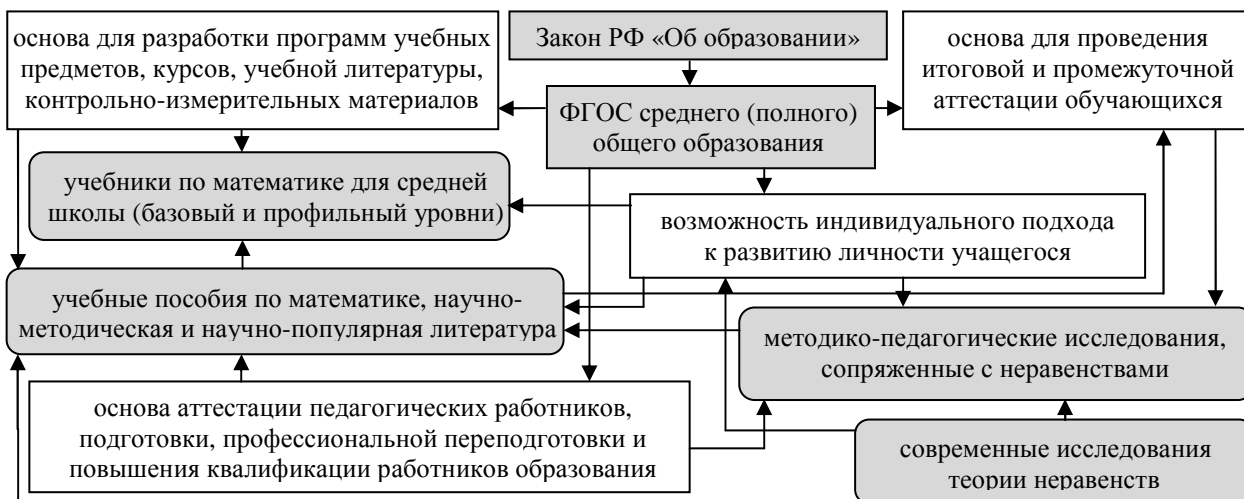


Рис. 1. Взаимосвязь нормативных образовательных документов и различных видов литературы по тематике неравенств

В разделе 4 «Научно-образовательный потенциал тематики неравенств» выявлена сущностная роль неравенств в математике и продемонстрирована их ценность для достижения фундаментальных образовательных результатов. С этой целью проведено сравнение содержательно-методической линии «Уравнения и неравенства» с другими линиями школьного курса математики (числовой, функциональной, стохастической, преобразованием выражений). Обширный исследовательский потенциал (по сравнению с линиями «Числа и вычисления», «Выражения и преобразования») составляет одно из преимуществ тематики неравенств. Кроме того, их изуче-

ние в общеобразовательной школе отражает историческую последовательность этапов развития математики, а также упрощает освоение начал математического анализа, позволяя наиболее естественно определять многие его понятия. Представляя аппарат элементарной математики, неравенства активно взаимодействуют с функциональной линией курса математики, интегрируясь с ней. Реализация исследовательского подхода дает возможность еще в школе «выйти» на изучение современных разделов математики, что согласуется с положениями Н. Х. Розова и В. А. Тестова о необходимости соответствующего изменения содержания общего математического образования.

Изучение неравенств предоставляет благоприятные условия для развития учащихся и формирования их интеллектуальных качеств, а также сближает процесс учебной деятельности с процессами познания и исследования. Это позволяет сделать вывод не только об особой чувствительности (*сензитивности*) школьников к изучению неравенств в рамках общего математического образования, но и о *соизмеримости развивающего эффекта, сопровождающего данный процесс, с развивающим действием математики в целом.*

Глава II «Математические неравенства как средство формирования исследовательских умений школьников» включает шесть разделов.

Раздел 1 «Общая характеристика исследовательских умений» посвящен изучению различных аспектов исследовательской деятельности учащихся средних школ. Проблема моделирования и сопровождения исследовательской деятельности школьников на сегодняшний день особенно актуальна, что влечет ее многостороннее изучение. Концептуальные основы исследовательской деятельности учащихся разработаны В. И. Андреевым, В. В. Давыдовым, И. А. Зимней, А. С. Обуховым; ее развивающие возможности изучены А. И. Савенковым, А. Н. Поддьяковым, А. В. Хуторским, а саморазвитие и творческое становление учащихся – Д. Б. Богоявленской, Н. А. Гордеевой и др. Сформулирован ряд определений исследовательской деятельности. В своей работе мы основываемся на мнении А. И. Савенкова, полагающего, что исследовательская деятельность школьников – это «особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемый в результате функционирования механизмов поисковой активности и строящийся на базе исследовательского поведения»². Данное определение согласуется с общей целью обучения математике и основными линиями ее реализации в общеобразовательной школе, разъясненными в разделе 1 Главы I.

Осмысление структуры исследовательской деятельности влечет изучение исследовательских умений и навыков (последние понимаются как упрочившиеся умения, доведенные до автоматизма и не нуждающиеся в контроле мышления). Поскольку исследовательская деятельность носит творческий характер и не может быть «автоматизирована», как это требует приобретение навыка, приобщение школьников к математическим исследованиям строится на формировании соответствующих умений. Ключевые характеристики исследовательских умений отражены в следующем определении. Под **исследовательскими умениями** нами понимается **личностный опыт, выражающийся в готовности и способности субъекта выполнять операции, составляющие исследовательскую деятельность, формируемые посредством специальных упражнений и характеризующиеся наличием цели, способов**

² Савенков А. И. Методика исследовательского обучения младших школьников. – Самара: Учебная литература, 2006. – С. 47.

деятельности и условий ее выполнения, интеллектуальным, сознательным характером, а также синтетичностью, позволяющей применять их в различных ситуациях.

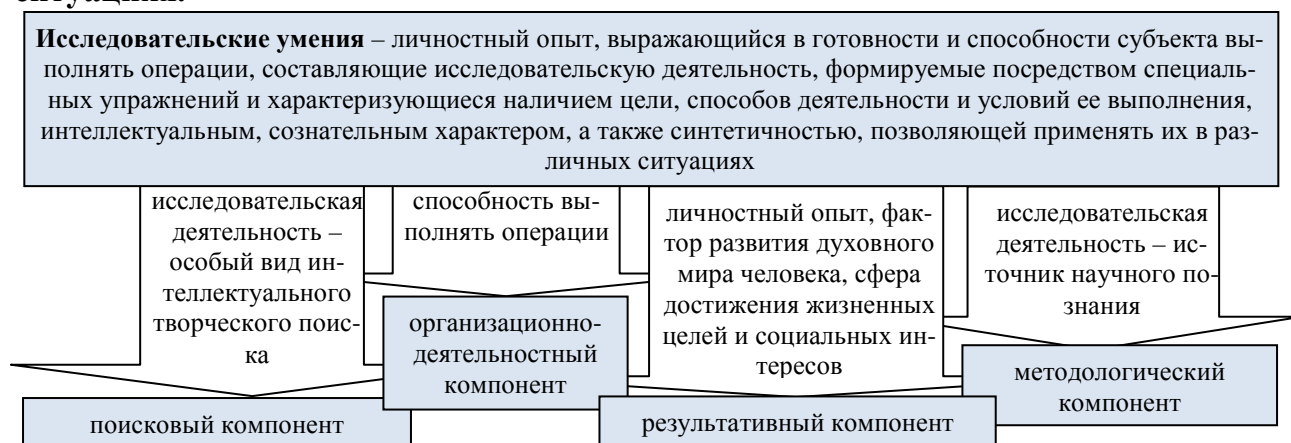


Рис. 2. Выделение компонентов исследовательской деятельности на основе определения исследовательских умений

Анализ работ, характеризующих исследовательские умения, выявил общность составляющих их операций. Исходя из специфики математики как учебного предмета и основываясь на принятом определении исследовательских умений, последние объединены в группы – компоненты исследовательской деятельности (см. рис. 2). Перечислены операции, выполнение которых характеризует соответствующий компонент исследовательской деятельности (см. Таблицу 2). Показано соответствие между компонентами исследовательской деятельности и дуалистическими свойствами математики, выделенными А. В. Ястребовым³ (см. рис. 3).

Таблица 2

Содержание компонентов исследовательской деятельности

Компонент исследовательской деятельности	Операции, составляющие исследовательскую деятельность
Поисковый	выявлять математические проблемы, прогнозировать актуальность исследования и значимость его проведения, выдвигать гипотезы и планировать ход исследования, ставить цель, находить способы ее реализации, анализировать результат деятельности и давать ему оценку
Методологический	определять объект и предмет исследования, выявлять структуру, методы и средства деятельности, обосновывать использование в ходе нее соответствующих концепций, теорий, подходов и пр.
Организационно-деятельностный	работать с различными источниками информации, проводить наблюдения и ставить мысленные эксперименты, проверять правильность полученных данных, владеть способами доказательства и опровержения теорем, различать содержание и объем понятий, обобщать математические факты, проводить эксперимент с последующей обработкой и интерпретацией его результатов
Результативный	оформлять и публично представлять результаты исследования, делать доклад, вести диалог (дискуссию) по теме исследования, оформлять научный текст, включая грамотное цитирование литературных источников, представлять тезисы, аннотацию, рецензию текста исследования, оформлять список библиографических источников

³ Ястребов А. В. Дуалистические свойства математики и их отражение в процессе преподавания // Ярославский педагогический вестник. – 2001. – № 1. – С. 48–53.

В разделе 2 «Проблемы реализации исследовательской деятельности школьников при изучении математики и их разрешение обращением к неравенствам» выявлены противоречия между установками государственной образовательной политики, требованиями ФГОС и реальными возможностями педагогов общеобразовательных школ. Особое место среди них занимает *неподготовленность учителей к руководству исследовательской деятельностью школьников*. Данный факт подтвержден в ходе констатирующего эксперимента. Анкетирование педагогов школ г. Кирова и Кировской области диагностировало проблемы использования методов исследовательского обучения математике, объясняемые значительными временными затратами на проведение исследований, необходимостью выхода за рамки школьной программы и изменения характера педагогической деятельности. Кроме того, сейчас «во все возрастающей степени начинают превалировать краткосрочные запросы учащихся, желающих получить от учебы <...> немедленную отдачу»⁴. Деятельность же по организации и проведению научных исследований носит фундаментальный характер и не может иметь скорого эффекта. В характеризуемом разделе показано, что решение проблемы приобщения школьников к ведению исследовательской деятельности и формирования у них соответствующих умений возможно при *обращении к математическим неравенствам*. Данный шаг нацеливает учащихся на использование методов математики и активное изучение научной литературы, позволяет применять информационные технологии, обнаруживая возможности компьютерного эксперимента в исследованиях неравенств.

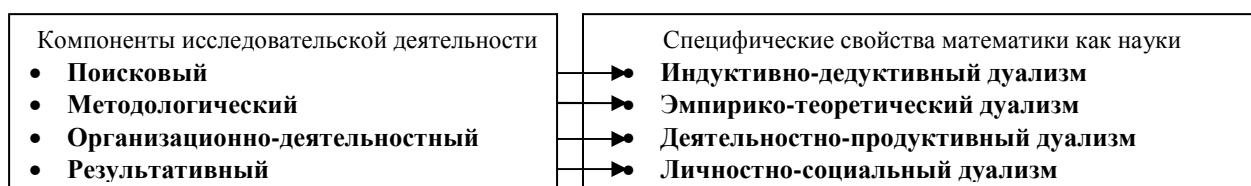


Рис. 3. Соответствие компонентов исследовательской деятельности специфическим свойствам математики

Раздел 3 «Использование теории неравенств и ее приложений в процессе формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ» посвящен описанию способов применения неравенств для реализации профильного обучения математике старшеклассников общеобразовательных школ. В *подразделе 3. 1. «Гуманитарный потенциал неравенств в реализации межпредметных связей математики»* продемонстрированы приложения неравенств в школьных дисциплинах (биологии, географии, информатики, литературы, физики, химии, экономики). В *подразделе 3. 2. «Опережающее обучение школьников при помощи неравенств»* показано, что широкий класс оптимизационных задач, в том числе и задач на условный экстремум, не изучаемых в школьном курсе математики, может быть описан в терминах равносильных преобразований и классических неравенств. Это иллюстрирует универсальность метода неравенств и позволяет сопоставить его с методами дифференциального исчисления функций. В *подразделе 3. 3. «Методика развития исследовательских умений учащихся при комплексной организации изучения неравенств»* обобщены пути изучения неравенств в средней школе, описанные в разделах 2 и 3 Главы II. Выделены механизмы педагогического воздействия, наиболее способствующие формированию соответствующих (поисковых, методологических, организационно-деятельностных и результативных) исследовательских умений

⁴ Садовничий В. А. Университет XXI века. – М.: Типография МГУ, 2010. – 94 с.

учащихся. Подраздел 3. 4. «Методика изучения неравенств в курсе математики общеобразовательной школы» посвящен описанию одноименной методики, включающей содержание, методы, средства и формы работы со школьниками, виды урочной и внеурочной деятельности учащихся. Для учащихся основной и старшей школы представлены фрагменты уроков, математических кружков, примеры организации изучения тем, сопряженных с неравенствами, банки задач и упражнений, схемы поисково-исследовательской работы. Обобщены и соотнесены с компонентами исследовательской деятельности, выделенными в разделе 1 Главы II, умения, формируемые школьниками на основе конструируемой методики.

В разделе 4 «Реализация системы принципов изучения неравенств в процессе формирования исследовательских умений школьников» обосновано, что изучение неравенств с применением форм и методов, описанных в разделах 2 и 3 Главы II, построено с учетом сформированной ранее системы дидактических принципов. К примеру, на принципе фундаментальности обучения основано изучение содержательной линии неравенств, подразумевающее единство естественнонаучной и гуманитарной составляющих математики и исходящее из взаимосвязи учебных предметов. Реализация опережающего обучения школьников есть соответствующее исполнение принципа опережающего социального заказа. На основе принципа фундирования выстроена спираль глобального фундирования неравенства Коши (см. рис. 4), реализованная в ходе опытного преподавания для школьников и будущих педагогов. Определены условия, по которым проводится теоретическое обобщение неравенства Коши при локальном фундировании, ряд обобщений рассмотрен на этапе педагогического эксперимента.



Рис. 4. Глобальное фундирование понятия неравенства

В разделе 5 «Отражение современных дидактических концепций в процессе формирования исследовательских умений учащихся средствами математических неравенств» показано, что изложенная в работе методика формирования исследовательских умений школьников тесно пересекается с признанными дидактическими концепциями и подходами. Среди них: концепция моделирования научных исследований (А. В. Ястребов), концепция фундирования знаний и опыта обучаемых (В. В. Афанасьев, Р. М. Зайниев, Ю. П. Поваренков, Е. И. Смирнов, В. Д. Шадриков и др.), теория развивающего обучения (Л. В. Занков), деятельностный подход к обучению (Б. Г. Ананьев, Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн, Н. Ф. Талызина и др.), обогащающий подход в обучении (М. А. Холодная, Э. Г. Гельфман). По итогам разделов 2 – 5 Главы II сконструирована модель формирования исследовательских умений школьников посредством математических неравенств (см. рис. 5).

В разделе 6 «Неравенства в реализации исследовательского подхода к обучению будущих учителей математики» выявлены обращения к неравенствам

в учебной литературе вуза и обоснованы направления исследовательской деятельности студентов в рамках тематики неравенств.

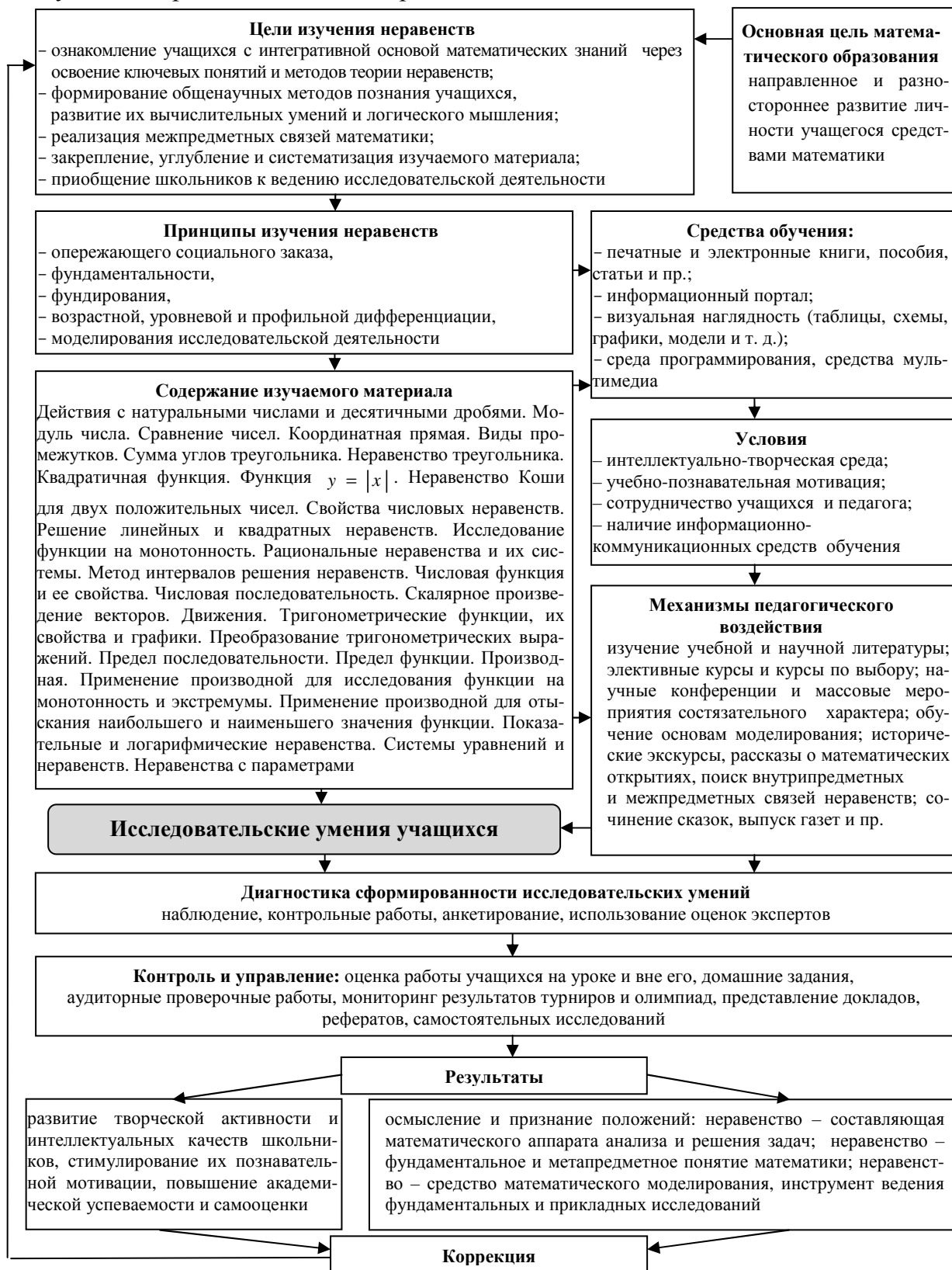


Рис. 5. Дидактическая модель формирования исследовательских умений школьников средствами математических неравенств

Глава III «Опытная работа со школьниками и студентами по развитию исследовательских умений» посвящена описанию проведенного экспериментального обучения и оценке его эффективности.

В разделе 1 «Опыт формирования исследовательских умений студентов средствами математических неравенств» описаны такие направления приобщения студентов факультета информатики, математики и физики ВятГГУ к исследованию неравенств, как организация научно-исследовательского семинара и конструирование спецкурсов соответствующего содержания. Обозначены результаты участников семинара, полученные при поддержке автора. Разработан спецкурс «Избранные вопросы математического анализа» для студентов специальности 050201.65 «Математика с дополнительной специальностью Информатика», основанный на тематике классических неравенств. Исследовано отношение студентов к материалам спецкурса, востребованность его тематики в практике школы.

В разделе 2 «Неравенства в учебно-методической работе с учителями» в период с 2010 по 2012 гг. проанализирована готовность педагогов общеобразовательных школ г. Кирова и Кировской области к ведению математических исследований, а также их потенциальный интерес к тематике неравенств. Для решения данной задачи на базе Кировского филиала Российского государственного гуманитарного университета в июне 2012 г. организован цикл занятий, восходящих к классическим неравенствам. В ходе него затрагивались не только вопросы решения нестандартных задач при подготовке к ЕГЭ и математическим олимпиадам, но и освещались результаты современных исследований в данной предметной области, обсуждались возможности реализации опережающего обучения школьников и способы стимулирования их поисковой активности.

В разделе 3 «Опытно-экспериментальная работа с учащимися общеобразовательных школ» изложена методика проведения занятий, реализованных для учащихся 10 классов химико-биологического и социально-экономического направлений обучения КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова в 2011–2012 и 2012–2013 уч. гг. Циклы занятий восходили к тематике классических неравенств, используемой в различном ключе. В классах химико-биологического направления обучения классические неравенства применялись для решения математических задач, учащимся социально-экономического направления демонстрировалось использование упомянутых соотношений при изучении потребительского выбора и анализе функций полезности. Занятия в контрольных группах проводились по традиционной методике, в основном использующей репродуктивные методы обучения. В экспериментальных группах использовались методы проблемного обучения, применялись элементы интерактива. Учащимся предлагалось самостоятельное решение нестандартных задач, размышление над открытыми вопросами теории неравенств, подготовка докладов по тематике занятий.

Эффективность разработанной методики исследована в разделе 4 «Педагогический эксперимент и его результаты». Подраздел 4.1. «Этапы педагогического эксперимента» содержит описание констатирующего, поискового и формирующего этапов эксперимента общей продолжительностью более семи лет. На первом этапе основной задачей являлось обобщение опыта изучения неравенств в различных дисциплинах общеобразовательной школы и вуза. В результате был выявлен ряд проблем, сопровождающих данный процесс, выдвинута гипотеза исследования и определены теоретические положения методики изучения математических неравенств как средства формирования исследовательских умений учащихся. Осмыслен принцип формирования контрольных и экспериментальных групп школьников (впоследствии учащиеся 2011–2012 уч. г. составили контрольные группы (19 школьников 10 класса химико-биологического направления обучения и 17 – социально-экономического),

а учащиеся 2012–2013 уч. г. – экспериментальные группы (по 20 десятиклассников каждого из направлений обучения)).

Второй этап экспериментальной работы – поисковый – осуществлялся с сентября 2007 г. по декабрь 2009 г. на базе МОАУ СОШ с УИОП «Лицей естественных наук» г. Кирова (впоследствии – КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова) и факультета информатики ВятГГУ (переименованном затем в факультет информатики, математики и физики ВятГГУ). Его итогом явилось обоснование модели формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательной школы средствами математических неравенств. Поскольку одним из результатов данного этапа исследования являлась реализация циклов занятий по тематике неравенств для старшеклассников общеобразовательной школы, выяснение эффективности их содержательного и организационно-методического компонентов служило одной из целей опытной работы. Итоги оценивались по общему психолого-педагогическому, развивающему и социальному эффекту от изменений, внесенных в образовательный процесс. С целью проверки эффективности реализованного экспериментального обучения выделены **критерии**, на основании которых проведена оценка степени усвоения учащимися исследовательских умений, а также сформированности положительного отношения к их использованию в учебной и внеучебной деятельности. Будем считать формирование исследовательских умений средствами неравенств в обучении математике успешным, если:

- в процессе учебной и научной деятельности, восходящей к неравенствам, учащиеся применяют необходимый комплекс умений, причисляемых к исследовательским;

- школьники на соответствующем им уровне имеют представления о научно-образовательном, мировоззренческом и воспитательном потенциале данного раздела математики;

- содержание обозначенной предметной области насыщено современными научными фактами, сопряженными с программным материалом и перспективными для проведения учащимися самостоятельных научных исследований.

Заключительный (формирующий) этап педагогического эксперимента реализован в 2011 – 2012 и 2012 – 2013 уч. гг. на базе КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова. Его результаты представлены в следующих подразделах раздела 4. В *подразделе 4. 2. «Исследование однородности контрольной и экспериментальной групп»* изучена готовность школьников к методам исследовательского обучения и их отношение к содержанию экспериментального материала. В данной связи для школьников, участвующих в эксперименте, было проведено анкетирование, результаты которого показали, что учащиеся позитивно относятся к математическим исследованиям и математическому творчеству, а также имеют определенный опыт их ведения. Степень владения учащимися исследовательскими умениями оценили эксперты. В их качестве выступили учителя высшей квалификационной категории КОГОАУ «Лицей естественных наук» г. Кирова, преподающие в классах контрольных и экспериментальных групп. Уровни сформированности компонентов исследовательской деятельности каждого учащегося анализируемой группы оценивались как пороговый, стандартный или эталонный⁵. По результатам экспертных оценок пары контрольных и экспериментальных групп признаны однородными. Исследование академической успеваемо-

⁵ Казачек Н. А. Педагогические условия формирования предметной компетентности будущего учителя математики: Автореф. дисс....канд. пед. наук. – Чита, 2011. – 23с.

сти по математике (в том числе результатов ГИА) подтвердили сопоставимость контрольных и экспериментальных групп при реализации опытного преподавания.

В подразделе 4.3. «Анализ результатов эксперимента» введена система показателей, позволяющая статистически оценить эффективность опытного преподавания по окончании циклов занятий и включающая:

- качество усвоения учащимися предметного материала;
- изучение степени освоения компонентов исследовательской деятельности и ее отдельных умений с привлечением экспертных оценок;
- самостоятельную оценку учащимися исследовательских умений, проявленных на занятиях.

Качество усвоения предметного материала исследовано на основании проверочных работ, проведенных в каждом из опытных классов в соответствии с направлением обучения. Результаты написания работ представлены в Таблице 3. Для проверки гипотез был применен критерий Манна-Уитни. Эмпирическое значение применяемого критерия для классов химико-биологического направления обучения составило $U_{эмп} = 67$. При уровне значимости $p = 0,05$ критическое значение $U_{крит} = 119$, при $p = 0,01$ критическое значение $U_{крит} = 99$. Для групп социально-экономического направления $U_{эмп} = 38$, а $U_{крит} = \begin{cases} 105, p = 0,05 \\ 86, p = 0,01 \end{cases}$. В каждом случае получили $U_{эмп} \leq U_{крит}$, что позволило говорить о статистическом различии уровней усвоения в контрольной и экспериментальной группах школьников.

Таблица 3

Результаты проверочных работ учащихся

направление обучения	группа	Кол-во решенных задач						всего учащихся
		0	1	2	3	4	5	
химико-биологическое	контрольная	1	2	8	5	3	0	19
химико-биологическое	экспериментальная	0	1	3	4	8	4	20
социально-экономическое	контрольная	1	2	9	5	0	-	17
социально-экономическое	экспериментальная	0	1	4	10	5	-	20

Экспертные оценки уровня владения учащимися исследовательскими умениями по окончании экспериментального обучения получены на основании методики, использованной ранее. Сравнение оценок экспертов до и после опытного преподавания проведено с помощью G - критерия знаков с целью выяснения направления сдвига уровней сформированности исследовательских умений школьников. При этом пороговому уровню сформированности умений присвоен ранг 1, стандартному – 2, эталонному – 3. Сдвиги показателей подсчитаны как для каждого из экспертов, так и для компонентов исследовательской деятельности. Поскольку положительных сдвигов получено больше, они признаны типичными. Выяснилось, что при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для экспериментальных групп условие $G_{эмп} \leq G_{крит}$ для типичных сдвигов выполняется по всем перечисленным параметрам. Следовательно, достоверным признан сдвиг в типичную (положительную) сторону и принята гипотеза о различии уровней сформированности исследовательских умений учащихся в результате опытного преподавания. Для контрольных групп в отношении покомпонентной оценки исследовательских умений учащихся либо в суммарной оценке экспертов наблюдается соотношение $G_{эмп} \geq G_{крит}$, значит, в уровне сформированности исследовательских умений школьников нет значимых различий до и после эксперимента.

Самооценка учащимися исследовательских умений, проявленных на занятиях, проведена по окончании эксперимента при помощи анкетирования. Цели опроса состояли в выяснении исследовательских умений, использованных школьниками при обучении и соответствие этих умений компонентам исследовательской деятельности. Установлено, что учащиеся экспериментальных групп отмечают большой спектр исследовательских умений, проявленных в ходе опытного обучения. Поскольку перечень этих умений естественным образом соотносится с компонентами исследовательской деятельности, сделан вывод о способствовании содержания и методики занятий формированию исследовательских умений.

В Заключении обобщены результаты диссертации. В контексте задач, сформулированных во Введении, изложены следующие выводы:

– на основе анализа различных подходов к пониманию исследовательской деятельности выявлены особенности ее структуры в школьном математическом образовании; определена сущность исследовательских умений учащихся; произведена классификация исследовательских умений и их содержательная детализация;

– определены условия и механизмы формирования исследовательских умений школьников средствами неравенств в обучении математике;

– разработана методика изучения неравенств в курсе математики общеобразовательной школы, предусматривающая обращение к результатам современных исследований в области неравенств, а также использование разнообразных форм, методов и приемов обучения. Аргументировано соответствие методики современным дидактическим концепциям и подходам;

– сконструирована целостная дидактическая модель формирования исследовательских умений учащихся общеобразовательных школ средствами неравенств в обучении математике, представляющая систему механизмов педагогического воздействия, способов диагностирования, контроля и управления деятельностью школьников, а также ее перспективные результаты;

– экспериментальная проверка разработанной методики изучения неравенств в курсе математики подтвердила эффективность формирования исследовательских умений у учащихся общеобразовательных школ.

Основное содержание диссертации изложено в следующих **публикациях автора:**

1. *Панкратова, Л. В.* К вопросу об уточнении неравенства Ки Фана [Текст] / Л. В. Панкратова // Вестник Тамбовского государственного университета. Том 16. – 2011. – № 3. – С. 765–770 (*Журнал входит в перечень ведущих рецензированных научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ*).

2. *Панкратова, Л. В.* Об одном уточнении неравенства Ки Фана [Текст] / Л. В. Панкратова // Вестник Тамбовского государственного технического университета. Том 17. – 2011. – №2. – С. 513–519 (*Журнал входит в перечень ведущих рецензированных научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ*).

3. *Панкратова, Л. В.* О формировании исследовательской компетентности школьников в условиях современного математического образования [Текст] / Л. В. Панкратова // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Педагогика и психология. – 2011. – № 4 (3). – С. 84–90 (*Журнал входит в перечень ведущих рецензированных научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ*).

4. *Панкратова, Л. В.* Уточнения оценок для среднего геометрического и их применения [Текст] / Л. В. Панкратова // В мире научных открытий. Проблемы науки и образования. – Красноярск: НИЦ – 2011. – № 5.1. – С. 469–483 (*Журнал входит в пере-*

чень ведущих рецензированных научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ).

5. Панкратова, Л. В. Гуманитарный потенциал неравенств в реализации межпредметных связей математики [Текст] / Л. В. Панкратова // European Social Science Journal (Европейский журнал социальных наук). – 2013. – № 9. – Том 2. – С. 121–129 (*Журнал входит в перечень ведущих рецензированных научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ*).

6. Ерлашова (Панкратова), Л. В. О неравенствах, дополняющих неравенства Х. Альцера [Текст] / С. И. Калинин, Л. В. Ерлашова // Вестник Вятского пед. ун-та. Матем., инф., физ. Вып. 3. – 1997. – С. 13–15. (авт. вклад 50%).

7. Ерлашова (Панкратова), Л. В. О геометрической интерпретации некоторых соотношений для средних величин двух положительных чисел [Текст] / Л. В. Ерлашова // Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России: Тез. докл. межрегион. науч. конф. – Киров: Изд-во Вятского госпедуниверситета, 1998. – С. 182–183.

8. Ерлашова (Панкратова), Л. В. О неравенствах типа неравенств Хорста Альцера [Текст] / Л. В. Ерлашова // Некоторые вопросы теории среднего степенного: Сб. науч. статей. – Киров: Изд-во ВГПУ, 1999. – С. 33–47.

9. Панкратова, Л. В. Об уточнении аддитивного аналога одного неравенства типа неравенства Ки Фана [Текст] / Л. В. Панкратова // Некоторые вопросы математического анализа и методики его преподавания: Сб. науч. статей. – Киров: Изд-во ВГПУ, 2001. – С. 69–72.

10. Панкратова, Л. В. Опровержение гипотезы, связанной с одним неравенством для средних [Текст] / Л. В. Панкратова // Проблемы современного математического образования в педвузах и школах России: Тез. докл. II межрегион. науч. конф. – Киров: Изд-во Вятского госпедуниверситета, 2001. – С. 156–157.

11. Панкратова, Л. В. Обобщение оценки для среднего геометрического [Текст] / Л. В. Панкратова // Проблемы современного математического образования в вузах и школах России: Тез. докл. III Всерос. науч. конф. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. – С. 155–156.

12. Панкратова, Л. В. Об уточнении неравенства Коши [Текст] / Л. В. Панкратова // Вестник ВГГУ. Информатика, математика, язык. – 2005. – № 3. – С. 151–153.

13. Панкратова, Л. В. Метод средних как эффективный способ решения задач и средство развития познавательного интереса школьников [Текст] / Л. В. Панкратова // Вестник ВГГУ. Информатика, математика, язык. – 2007. – №4. – С. 175–178.

14. Панкратова, Л. В. Об уточнении неравенства Ки Фана и его аддитивного аналога [Текст] / Л. В. Панкратова // Проблемы многоуровневой подготовки учителей математики для современной школы: М-лы XXVII Всерос. семинара преподавателей математики ун-тов и педвузов, посв. 70-летию со дня рождения д-ра пед. наук, проф. И. Д. Пехлецкого (24–26 сент. 2008 г., г. Пермь); Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2008. – С. 125–126.

15. Панкратова, Л. В. Об уточнении неравенства Коши методом Mihály Bencze [Текст] / Л. В. Панкратова // Информатика. Математика. Язык: Научный журнал №5. – Киров: Изд-во ВГГУ, 2008. – С. 183–185.

16. Панкратова, Л. В. Научно-исследовательская деятельность как средство формирования педагогической компетентности [Текст] / Л. В. Панкратова // Новые формы аттестации обучающихся в контексте преемственности обучения в школе и вузе: М-лы Всерос. науч.-практ. конф. (20–21 октября 2010 г., г. Киров); Киров: Изд-во ВятГГУ, 2010. – С. 67–69.

17. Панкратова, Л. В. Об уточнении неравенства Ки Фана [Текст] / Л. В. Панкратова // В мире научных открытий. – 2010. – № 4 (10). – Ч. 10. – С. 74–75.

18. Панкратова, Л. В. Уточнение классического неравенства Коши в вопросах решения нестандартных задач [Текст] / Л. В. Панкратова // Актуальные проблемы математического образования: М-лы Всерос. науч.-практ. конф., посв. юбилею д-ра пед. наук, профессора О. Б. Елишевой (7–8 октября 2010 г., г. Тобольск); ТГСПА им. Д. И. Менделеева. Тобольск, 2010. – С. 113–115.

19. Панкратова, Л. В. Об использовании уточнений неравенства Коши в обучении решению нестандартных задач по математике [Текст] / Л. В. Панкратова // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: Период. межвуз. сб. науч. - метод. работ. Вып. 13. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011. – С. 370–376.

20. Панкратова, Л. В. О возможностях использования неравенств для средних в работе с учащимися [Текст] / Л. В. Панкратова // Педагогические технологии математического творчества: сб. ст. участников Междунар. науч.-практ. конф. – Арзамас: АГПИ, 2011. – С. 187–190.

21. Панкратова, Л. В. Интерактивная лекция как эффективная форма обучения будущих педагогов [Текст] / Л. В. Панкратова // Проблемы современного математического образования в вузах и школах России: Интерактивные формы обучения математике студентов и школьников. М-лы V Всерос. науч.-метод. конф. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2012. – С. 220.

22. Панкратова, Л. В. Неравенство Коши в опережающем обучении школьников математике [Текст] / Л. В. Панкратова // Настоящее и будущее физико-математического образования: формирование методологической культуры: М-лы докладов III Всерос. науч.-практ. конф. 2 ноября 2012 г./ отв. ред. Ю. А. Сауров. – Киров: ООО "Типография "Старая Вятка"", 2012. – С. 96–99.

23. Панкратова, Л. В. Проектирование обучения математике в школах Кировской области с учетом национально-региональных особенностей [Электронный ресурс] / Л. В. Панкратова // Ребенок в современном мире. Дети и Родина: М-лы Междунар. молодежной конф. (г. Киров, ВятГГУ, 14–15 мая 2012 г.) – Киров: Изд-во ООО «Коннектика», 2012. – 1 электрон. оптич. диск (CD-ROM диск).

24. Панкратова, Л. В. Классические неравенства в курсах элементарной математики [Текст] / Л. В. Панкратова // Физико-математическое образование в школе и вузе: проблемы и перспективы: Сб. ст. по м-лам Всерос. науч.-практ. конф. преподавателей, аспирантов, магистрантов и учителей / Под ред. Е. Н. Перевощиковой. – Н. Новгород: НГПУ им. К. Минина, 2013. – С. 104–108.

25. Панкратова, Л. В. Взаимодействие методов математики и информатики на примере решения одного уравнения [Текст] / Л. В. Панкратова, А. Н. Соколова // Информатика. Математика. Язык: Научный журнал №7. – Киров: ООО «Радуга-ПРЕСС», 2013. – С. 90–92 (авт. вклад 50%).

26. Панкратова, Л. В. Математические неравенства в учебных дисциплинах вуза [Текст] / Л. В. Панкратова // Возможности образовательной области «Математика и информатика» для реализации компетентностного подхода в школе и вузе: М-лы Междунар. науч.-практ. конф., 18–19 октября 2013 года: в 2 ч. Ч. 1 / ФГБОУ ВПО «СГПИ»; Т. В. Рихтер, составление. – Соликамск: СГПИ, 2013. – С. 138–142.

27. Панкратова, Л. В. Научно-образовательный потенциал математических неравенств [Текст] / Л. В. Панкратова // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: Период. межвуз. сб. науч.-метод. работ. Вып. 16. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2014. – С. 238–243.